

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,  
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

*(Наименование дисциплины)*

01.03.02 – Прикладная математика и информатика

*(Код (шифр), наименование направления подготовки (специальности) ФГОС)*

Прикладная информатика

*(Профиль направления)*

бакалавр

*(Квалификация (степень) выпускника)*

очная

*Форма обучения (очная, очно-заочная (вечерняя), заочная)*

**г. Обнинск 2021 г.**

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

\_\_\_\_\_ Слесарев А.Г. , к.ф.-м.н., доцент каф. ВМ

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы  
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_ С.В. Ермаков

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<i>Коды компетенций</i>	<i>Результаты освоения ООП Содержание компетенций*</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**</i>
<b>ОПК-1</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<b>знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия, теоремы и методы комплексного анализа</li></ul> <b>уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• доказывать основные теоремы;</li><li>• решать задачи, используя методы комплексного анализа;</li><li>• применять методы комплексного анализа в других областях математики</li></ul>
<b>ОПК-3</b>	Способность осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о современных программных средствах, относящихся к предмету исследований	<b>владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• базовыми математическими знаниями</li><li>• основами методов анализа процессов</li></ul>

## 2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина “Теория функций комплексного переменного” входит в учебный план по направлению подготовки «**Прикладная математика и информатика**» и относится к дисциплинам естественнонаучного модуля. Изучение дисциплины базируется на знаниях и навыках, полученных в результате изучения школьной программы по алгебре, анализу и геометрии. Дисциплина “Теория функций комплексного переменного” является одной из основ для изучения дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики», а также основных разделов физики.

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетных единицы (з.е.), 108 академических часов.

### 3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Вид работы	Форма обучения (вносятся данные по реализуемым формам)			
	Очная	Заочная		
	Семестр	Курс		
	4	№ _	№ _	Всего
	Количество часов на вид работы:			
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>48</b>			
В том числе:				
<i>лекции (лекции в интерактивной форме)</i>	16			
<i>практические занятия (практические занятия в интерактивной форме)</i>	32			
<i>лабораторные занятия</i>				
<b>Промежуточная аттестация</b>				
В том числе:				
<i>зачет</i>	-			
<i>экзамен</i>				
<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>				
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	<b>60</b>			
В том числе:				
<i>проработка учебного (теоретического) материала</i>	15			
<i>выполнение индивидуальных заданий</i>	15			
<i>подготовка ко всем видам контрольных испытаний текущего контроля успеваемости (в течение семестра)</i>	15			
<i>подготовка ко всем видам контрольных испытаний промежуточной аттестации (по окончании семестра)</i>	15			
<b>Всего (часы):</b>	<b>108</b>			
<b>Всего (зачетные единицы):</b>	<b>3</b>			

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

**4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий  
(в академических часах)**

**Для очной формы обучения**

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Общая трудоем- кость всего (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успевае- мости
			Аудиторные учебные занятия			СРО	
			Лек	Сем/Пр	Лаб		
1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	<b>33</b>	6	<b>12</b>		<b>15</b>	
1.1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	9	1	2		6	
1.2.	<b>Комплексные функции</b>	6	1	2		3	
1.3	<b>Дифференцирован ие и интегрирование функций комплексного переменного</b>	9	2	4		3	
1.4	<b>Ряды</b>	9	3	6		3	Контрольная Работа 1
2.	<b>Особые точки, вычеты, приложения</b>	<b>33</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>15</b>	
2.1.	<b>Классификация особых точек и вычеты в них.</b>	12	2	4		6	Индивиду- альное домашнее задание
2.2.	<b>Приложения</b>	15	2	4		9	
3.	<b>Конформные отображения.</b>	6	2	4		0	
4.	<b>Операционное исчисление</b>	<b>42</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>30</b>	
4.1.	<b>Преобразование Лапласа, свойства</b>	21	2	4		15	

4.2.	<b>Приложения</b>	21	2	4		15	Контрольная Работа 2
------	-------------------	----	---	---	--	----	-------------------------

Прим.: Лек – лекции, Сем/Пр – семинары, практические занятия, Лаб – лабораторные занятия, СРО – самостоятельная работа обучающихся

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

##### Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	
1.1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. Элементарные функции комплексного переменного: возведение в целую степень и извлечение корня
1.2.	<b>Комплексные функции</b>	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций.
1.3	<b>Дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного</b>	Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
1.4	<b>Ряды</b>	Числовые и функциональные ряды. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек.
2.	<b>Особые точки, вычеты, приложения</b>	
2.1.	<b>Классификация особых точек и вычеты в них.</b>	Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсах и существенно особых точках. Основная теорема теории вычетов.
2.2.	<b>Приложения</b>	Вычисление интегралов с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.
3.	<b>Конформные отображения.</b>	
3.1.	<b>Конформные отображения.</b>	Конформные отображения. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Теорема о достаточных условиях однолиственности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана.

		Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w=\exp(z)$ . Дробно-линейная функция. Круговое свойство.
4.	<b>Операционное исчисления</b>	
4.1.	<b>Преобразование Лапласа, свойства</b>	Преобразование Лапласа. Преобразование Лапласа элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина).
4.2.	<b>Приложения</b>	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений и систем

### *Практические/семинарские занятия*

<b>№</b>	<b>Наименование раздела /темы дисциплины</b>	<b>Содержание</b>
1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	
1.1.	<b>Комплексные числа, функции и действия над ними</b>	Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. Элементарные функции комплексного переменного: возведение в целую степень и извлечение корня
1.2.	<b>Комплексные функции</b>	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций.
1.3	<b>Дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного</b>	Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
1.4	<b>Ряды</b>	Числовые и функциональные ряды. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек.
2.	<b>Особые точки, вычеты, приложения</b>	
2.1.	<b>Классификация особых точек и вычеты в них.</b>	Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсах и существенно особых точках. Основная теорема теории вычетов.
2.2.	<b>Приложения</b>	Вычисление интегралов с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.
3.	<b>Конформные отображения.</b>	
3.1.	<b>Конформные отображения.</b>	Конформные отображения. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Теорема о достаточных условиях

		однолиственности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w=\exp(z)$ . Дробно-линейная функция. Круговое свойство.
4.	<b>Операционное исчисления</b>	
4.1.	<b>Преобразование Лапласа, свойства</b>	Преобразование Лапласа. Преобразование Лапласа элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа. Обратное преобразование Лапласа ( интеграл Меллина).
4.2.	<b>Приложения</b>	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.и систем

### **Лабораторные занятия не предусмотрены**

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Для самостоятельной работы рекомендована обучающая компьютерная программа «Открытая математика 2.5».

## **6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине**

<b>№ п/п</b>	<b>Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)</b>	<b>Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>
1.	Комплексные числа , функции, их дифференциальное и интегральное исчисление, ряды	ОПК-1, ОПК-1 (знать,уметь)	Контрольная работа № 1
2.	Особые точки, вычеты, приложения, операционное исчисление	ОПК-1, ОПК-1 (знать,уметь)	Контрольная работа №2

### **6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы**

Демонстрационный вариант рейтинговой контрольной работы 1:

Вариант 1.

1. Вычислить  $z = \frac{(i+2)^2}{i+1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-16}$ . (4 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = (e^y + e^{-y}) \sin x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (4 балла).
4. Вычислить  $e^{(2-i)^2}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $AB$  – отрезок прямой,  $z_A = 0$ ,  $z_B = 1-i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(3-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$  в кольце  $1 < |z| < 2$ . (5 балла).

Демонстрационный вариант рейтинговой контрольной работы 2:

Вариант 1.

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=0.5} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ , (5 баллов),  
б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1) dz}{z^3}$ , (5 баллов),  
в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2) dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ , (5 баллов),
2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y = 6e^{-t}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).
3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = -1$ ,  $y(0) = 2$ . (5 баллов).

Варианты Индивидуального домашнего задания выдаются студентам по книге В.Ф.Чудесенко “Сборник заданий по специальным курсам высшей математики”, Москва, Высшая школа, 1999, с.5-47.

**Вопросы к экзамену**

1. Комплексные числа, действия с ними, модуль, аргумент.  
Тригонометрическая форма записи комплексного числа.  
Расширенная комплексная плоскость.
2. Свойства модуля и аргумента комплексного числа. Формулы Муавра.
3. Формула Эйлера и следствия из неё. Элементарные функции  $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$ ,  $\operatorname{tg}(z)$ ,  $\operatorname{sh}(z)$ ,  $\operatorname{ch}(z)$ ,  $\operatorname{Ln}(z)$ ,  $\operatorname{Arcsin}(z)$ ,  $\operatorname{Arccos}(z)$ .
4. Дифференцируемость функции комплексного переменного.

- Условия Коши-Римана.
5. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций.
  6. Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Свойства интегралов.
  7. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Следствия из интегральной формулы Коши.
  8. Ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Ряды Тейлора. Понятие об аналитическом продолжении.
  9. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка.
  10. Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсах и существенно особых точках. Основная теорема теории вычетов.
  11. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.
  12. Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа элементарных функций.
  13. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала, преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения).
  14. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина). Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.
  15. Конформные отображения. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана.
  16. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией,  $w = \exp(z)$ .
  17. Дробно-линейная функция, её свойства.
  18. Функция Жуковского, её свойства

### ***Билеты к экзамену (демонстрационный вариант)***

#### **Билет 1.**

1. Теоретический вопрос. (10 баллов).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-1}$ .
3. Вычислить
 
$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$$
4. Операционным методом решить задачу Коши
 
$$y'' + y = 6e^{-t}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

## Билет 2.

1. Теоретический вопрос.
2. Проверить, что  $u$  является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u$  и значению  $f(z_0)$

$$u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0.$$

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$

$$\frac{z-2}{2z^3 + z^2 - z}.$$

4. Вычислить

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

Оценка в баллах выставляется в соответствии с рейтинговой системой принятой в институте.

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студентам предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить две задачи из разных разделов программы 2 семестра.

### **6.2.2. Наименование оценочного средства. Рейтинговая контрольная работа**

а) критерии оценивания компетенций (результатов за семестр):

Контрольная работа считается выполненной при условии набора не менее 17 баллов из предложенных заданий одного из вариантов.

б) описание шкалы оценивания за экзамен:

Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов. Экзаменационная оценка выставляется в соответствии с таблицей:

### П. 6.3

Таблица пересчета итогового рейтингового балла в 5-бальную оценку		
Итоговый рейтинговый балл	5-бальная оценка	Оценка по ECTS
90–100	отлично	A
85–89	очень хорошо	B
75–84	хорошо	C

65–74	удовлетворительно	D
60–64	посредственно	E
< 60	неудовлетворительно	F

**6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов ИАТЭ. Обнинск 20077. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Библиотечный фонд института.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**7.1. Основная литература**

1. А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. Теория функции комплексного переменного. М., Наука, 1999. (135 экз.)
2. М. А. Лаврентьев, Б. Б. Шабат. Методы теории функции комплексного переменного. М., Физматгиз., 1987. (15 экз.)
3. И. И. Привалов. Введение в теорию функции комплексного переменного. М., Высш. Школа, 1999. (55 экз.)
4. М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981. (20 экз.)
5. А.В. Нестеров, А. М. Юрченко. Конспект лекций по курсу "Теория функций комплексного переменного". Учебное пособие для студентов второго курса. Обнинск, 1998. (50 экз.)
6. Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. Сборник задач по теории функции комплексного переменного. М., Наука, 1975. (95 экз.)
7. Сборник задач по теории функции комплексного переменного. Под ред. проф. А. П. Буланова. Обнинск, 2005. (150 экз.)

**7.2. Дополнительная литература**

- 1 Методические рекомендации и варианты домашних заданий. Разделы: Теория вычетов и основы операционного исчисления. Составитель В. В. Морозенко. Обнинск, 1992. (35 экз.)
- 2 Методические рекомендации по курсу ТФКП. Регулярные функции и теория интеграла Коши. Составитель Буланов А. П. Обнинск, 1989.(12 экз.)
- 3 В.Ф. Чудесенко. Сб. заданий по специальным курсам высшей математики. Типовые расчеты. СПб., Лань,2005. (20 экз.)

## 8. Краткий терминологический словарь

*Представляет собой либо словарь терминов с их определениями объемом до трех-пяти страниц, либо упорядоченный по алфавиту перечень ключевых слов и понятий учебной дисциплины.*

Асимптота, биекция, бесконечно большая величина, бесконечно малая величина, верхняя (нижняя) грань множества, градиент функции, график функции, дивергенция, дифференциал, дифференциальный бином, граница множества, инвариантность, индукция математическая, интеграл (несобственный, сходящийся, неопределенный, определенный, двойной, тройной, поверхностный, криволинейный), интеграл Дарбу, интегральная сумма, иррациональное число, касательная прямая и плоскость, квадратуемые и кубатуемые множества, криволинейные координаты, компакт, кривая (гладкая, спрямляемая, кусочно-гладкая), кривизна, монотонность функции и последовательности, непрерывность, норма, нормаль, область (определения функции), окрестность (проколотая), оператор, остаток ряда, отображение, первообразная, последовательность и подпоследовательность, предел, производная, полином, поле (действительных, комплексных) чисел, признак (сходимости, сравнения), принцип вложенных отрезков, прообраз, равномерная непрерывность, радиус сходимости, разрыв (устранимый, неустранимый), ротор, ряд, сумма ряда, сумма Дарбу, точка (максимума, минимума, экстремума, разрыва), функция, экстремум

## 7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Курс «Теория функций комплексного переменного» является фундаментом математического образования инженера-математика и имеет важнейшее значение для успешного изучения всех последующих математических дисциплин, предусмотренных учебным планом. Для изучения математического анализа требуется качественное знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, начал анализа, поэтому на первых занятиях студентам даются задачи на повторение школьного курса математики (графики и свойства элементарных функций). Образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины в аудитории (активные и интерактивные формы): лекции,

семинары, консультации, индивидуальные работы, контрольные работы, зачет, в том числе активные формы: проблемная лекция, лекция по готовому конспекту, мозговой штурм, решение типовых задач, занятия по решению проблемных и творческих задач, контрольно-корректирующие занятия. Зачет выставляется после защиты индивидуальных домашних заданий и сдачи контрольных работ.

Образовательные технологии, применяемые при организации внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Самостоятельная работа с книгой и конспектом лекций.
2. Самостоятельная работа с Internet-ресурсами.
3. Самостоятельная работа по выполнению домашних работ.
4. Самостоятельная работа при подготовке к контрольным аудиторным работам.
5. Самостоятельная работа при подготовке к коллоквиуму и экзамену.

Для достаточного освоения теоретического материала по дисциплине «Математический анализ» студенты должны:

- ознакомиться с перечнем вопросов, указанных в теме и изучить их по конспекту лекций с учетом пометок в конспекте;
- выбрать источник из списка литературы, если по данной теме недостаточно материала в конспекте лекций;
- проверить полученные теоретические знания с помощью промежуточных контрольных работ и коллоквиума.